Volume d'une caisse de forme cubique

Une société industrielle souhaite faire construire des caisses en bois de forme cubique pour le transport de ses marchandises. Elle désire étudier l'évolution du volume d'une caisse en faisant varier la longueur des arêtes. On note x la longueur (en m) du côté d'une arête du cube et $h(x)$ le volume (en m^3) d'une caisse.

1. a. Quel est le volume (en m^3) d'une caisse si $x = 2$? si $x = 2,5$?
b. Traduire ces égalités en termes d'images par la fonction h.

2. Déterminer une expression algébrique de $h(x)$.

3. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant.

x	0	0,25	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$h(x)$								

4. a. Tracer, dans le plan muni d'un repère orthonormé, la courbe représentative de la fonction h à l'aide du tableau de valeurs précédent.
b. Graphiquement, pour quelles dimensions du cube son volume est-il supérieur à 15,625 m^3 ?

5. On étend la définition de la fonction h aux nombres réels négatifs.
a. TICE Tracer à l'aide d'un outil numérique la courbe d'équation $y = h(x)$ pour $x \in [-3\ ;\ 3]$ en choisissant une fenêtre telle que $-3 \leqslant x \leqslant 3$ et $-27 \leqslant y \leqslant 27$.
b. Quelle propriété de symétrie peut-on observer ?

6. Si a et b sont deux nombres réels tels que $a < b$, comparer graphiquement a^3 et b^3.

Volume d'une caisse de forme cubique

Une société industrielle souhaite faire construire des caisses en bois de forme cubique pour le transport de ses marchandises. Elle désire étudier l'évolution du volume d'une caisse en faisant varier la longueur des arêtes. On note x la longueur (en m) du côté d'une arête du cube et $h(x)$ le volume (en m^3) d'une caisse.

1. a. Quel est le volume (en m^3) d'une caisse si $x = 2$? si $x = 2,5$?
b. Traduire ces égalités en termes d'images par la fonction h.

2. Déterminer une expression algébrique de $h(x)$.

3. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant.

x	0	0,25	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$h(x)$								

4. a. Tracer, dans le plan muni d'un repère orthonormé, la courbe représentative de la fonction h à l'aide du tableau de valeurs précédent.
b. Graphiquement, pour quelles dimensions du cube son volume est-il supérieur à 15,625 m^3 ?

5. On étend la définition de la fonction h aux nombres réels négatifs.
a. TICE Tracer à l'aide d'un outil numérique la courbe d'équation $y = h(x)$ pour $x \in [-3\ ;\ 3]$ en choisissant une fenêtre telle que $-3 \leqslant x \leqslant 3$ et $-27 \leqslant y \leqslant 27$.
b. Quelle propriété de symétrie peut-on observer ?

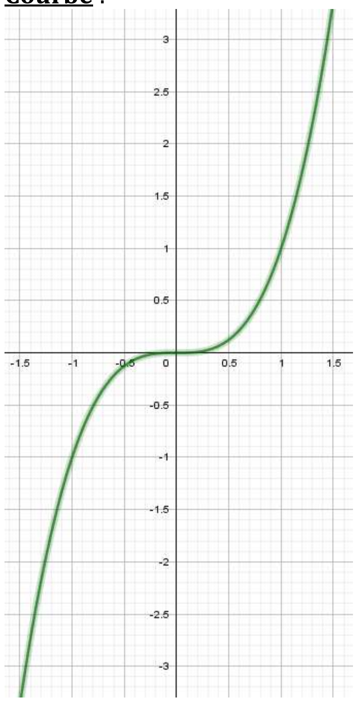
6. Si a et b sont deux nombres réels tels que $a < b$, comparer graphiquement a^3 et b^3.

Fonction cube

- **Définition** : c'est la fonction qui à tout réel x lui associe son cube x^3
- **Tableau** de valeurs :

x	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	4
x^3												

Courbe :



- **Propriété de la courbe** :

  La courbe est …………………………………………………………………………

  Ce qui signifie que deux nombres opposés ont leurs cubes ……………..

  En effet $(-x)^3 =$………………………………………

- **Variations**

  La fonction cube est ………………………………………….. sur $\mathbb{R}$

- **Résolution d'équation du type $x^3 = k$**

  Quel que soit le nombre k , l'équation $x^3 = k$ admet ………………………

La solution est $\sqrt[3]{k}$ qui s'obtient à la calculatrice : …………

Exercice 1 : résoudre a) $x^3 = 8$ ……………………… *b)* $x^3 = -1000$ ……………………….. *c)* $x^3 = \frac{27}{8}$ …………………..

d) $x^3 = 9$ *e)* $x^3 = -1$ *f)* $x^3 = -5$

Exercice 2 : construire le tableau de variation de la fonction cube sur [-3 ;4]

Retour sur la parité des fonctions

Il existe des fonctions qui ont des propriétés suivantes :

- Elles sont définies sur un domaine de définition qui est symétrique par rapport à 0
- Pour tous réels x *de* D_f , si $f(-x) = f(x)$ *alors* f est paire et sa courbe est symétrique par rapport à la droite (Oy)
- Pour tous réels x *de* D_f , si $f(-x) = -f(x)$ *alors* f est impaire et sa courbe est symétrique par rapport à l'origine du repère

Exemples :

a) Montrons que la fonction $f(x) = 5x^2 + 30$ est paire sur $\mathbb{R}$:

On calcule $f(-x) =$ …………………………………………………

b) Montrons que la fonction $g(x) = 3x - \frac{4}{x}$ est impaire sur $]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$

On calcule $g(-x) =$…………………………………………………

c) Montrons que la fonction $h(x) = x^2 + 2x$ n'est ni paire, ni impaire :

Il suffit de trouver un contre-exemple : ……………………………..

Exercice 3 : la fonction $k(x) = x^2 + x + 1$ *est-elle paire ? impaire ?*