

Fonctions affines

1. Définition :

Une fonction affine est **définie** sur $\mathbb{R}$.

C'est une fonction qui multiplie tout réel x par un réel constant a et lui ajoute le réel constant b .

Elle a donc pour expression **$f(x) = ax + b$** .

Propriété caractéristique : Une fonction affine est caractérisée par le fait que

son **taux d'accroissement** est constant. En effet, si x_1 et x_2 sont deux réels quelconques, l'accroissement $f(x_1) - f(x_2)$ est **proportionnel** à $x_1 - x_2$,

comme le donne l'égalité **$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_3) - f(x_1)}{x_3 - x_1} = a$**

x	x_1	x_2	x_3
$f(x)$	y_1	y_2	y_3

Cas particulier :

- Si $a = 0$ alors la fonction est constante $f(x) = b$
- Si $b = 0$ alors $f(x) = ax$ la fonction est linéaire et traduit une **situation** de proportionnalité entre x et $f(x)$

Exercice 1 : Parmi les fonctions suivantes, lesquelles sont affines ? si oui, donner les valeurs de a et b

$$f(x) = -\frac{7}{32}x + 1 \quad g(x) = 5(x + 1); \quad h(x) = -3x \quad i(x) = 2x^2 + 3$$

$$k(x) = (x + 1)^2 - x^2 \quad m(x) = \frac{4 - x}{3} \quad n(x) = 4$$

Exercice 2 : identifier une fonction affine : Une fonction affine est telle que $f(1) = 2$ et $f(4) = 5$

1. a) Calculer l'accroissement Δx entre 1 et 4 : b) calculer l'accroissement Δy des images de 1 et 4 :
c) en déduire le nombre a : Donc $f(x) = \dots x + b$
2. En utilisant $f(1) = 2$, déterminer b

Exercice 3 : déterminer la fonction affine f dans chaque cas :

a) $f(2) = 7$ et $f(5) = 16$

b) $f(1) = 12$ et $f(3) = 4$

c) $f(1) = 2.5$ et $f(5) = 3.8$

2. Représentation graphique d'une fonction affine:

La représentation graphique d'une fonction affine f définie par

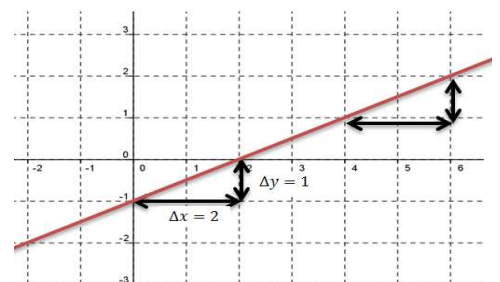
$f(x) = ax + b$ est une **droite**

On dit que cette droite a pour équation **$y = ax + b$**

- Le nombre a est le **coefficient directeur** de la droite :
- **b est l'ordonnée à l'origine de la droite car $b = f(0)$**

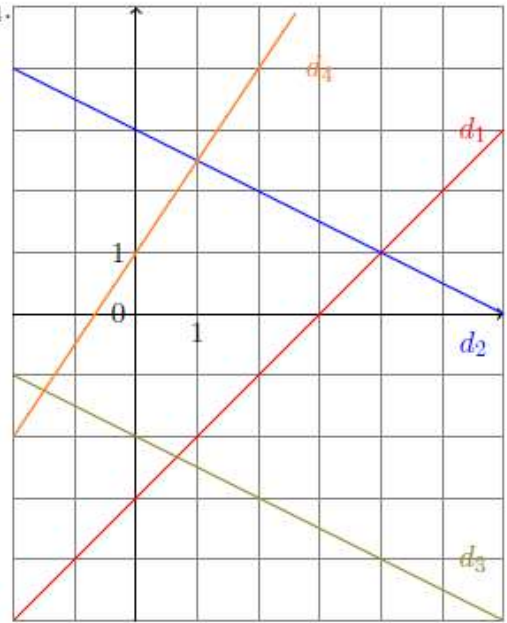
dans l'exemple, $a = \frac{1}{2}$ et $b = -1$ donc $f(x) = \frac{1}{2}x - 1$

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$



Exercice 4

1. Lire les fonctions affines associées aux droites d_1, d_2, d_3 et d_4 .



2. Construire les droites représentatives des fonctions

- $f_a(x) = 3x - 4$
- $f_b(x) = x - 1$
- $f_c(x) = -2x + 3$
- $f_d(x) = -\frac{5}{4}x + 2$

3. Variations d'une fonction affine :

Théorème : Les variations d'une fonction affine $f(x) = ax + b$ dépendent du signe du coefficient a

Si $a > 0$ alors f est croissante sur $\mathbb{R}$		
x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$		

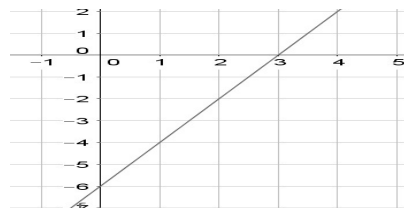
Si $a < 0$ alors f est décroissante sur $\mathbb{R}$		
x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$		

Exercice 5 : Donner le tableau de variations de $f(x) = 5x - 12$ et $g(x) = -2x + 3$

4. Signe de $ax + b$ en fonction de x :

Exemple : le tableau de valeurs de la fonction $f(x) = 2x - 6$ est

x	-1	0	1	2	2.9	3	3.1	4	15
$2x - 6$	-8	-6	-4	-2	-0.2	0	0.2	2	24



Si $x \dots\dots$ alors $f(x) < 0$,
si $x \dots\dots$ alors $f(x) = 0$
et si $x \dots\dots$ alors $f(x) > 0$

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	-	0	+

Le signe de l'expression $ax + b$ en fonction de x dépend :

- du nombre (qu'on appelle racine) qui est solution de l'équation $ax + b = 0$
- du coefficient a qui donne le sens de variations.

On résume le signe dans un tableau

Méthode à savoir par cœur : Comment trouver le signe d'une expression du type $ax + b$ avec x une variable réelle ?

- On commence par déterminer la en résolvant.....
- On utilise de la fonction $x \rightarrow ax + b$ à l'aide du

Exercice 6 : donner le signe de : a) $3x + 2$ b) $-2x + 4$ c) $6x$ d) $-0.5x + 7$ e) $x + 2$ f) $-2x + 100$