

Savoir CALCULER AVEC DES PUISSANCES

Ce que je dois savoir

- Lorsqu'on écrit une puissance a^n , on dit que n est l'**exposant** et a est la **base**.

- Les formules avec une seule base et plusieurs exposants**

$$\bullet a^m \times a^n = a^{m+n} \quad \bullet \frac{1}{a^n} = a^{-n} \quad \bullet \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad \bullet (a^m)^n = a^{m \times n}$$

Remarque : On peut généraliser certaines formules :

$$\bullet a^m \times a^n \times a^p = a^{m+n+p} \quad \bullet ((a^m)^n)^p = a^{m \times n \times p}$$

Remarque : On peut inverser certaines formules :

$$\bullet \frac{1}{a^{-n}} = a^n \quad \bullet \frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}}$$

- Les formules avec un seul exposant et plusieurs bases**

$$\bullet (a \times b)^n = a^n \times b^n \quad \bullet \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad \triangle ! \text{ Pas de formule simple avec } (a+b)^n \text{ et } (a-b)^n \dots$$

Remarque : On peut généraliser la première formule : $\bullet (a \times b \times c)^n = a^n \times b^n \times c^n$

Ce que je dois savoir faire

- Calculer la valeur d'une puissance numérique**

- Les grosses puissances s'obtiennent à la calculatrice.
- Certaines puissances se connaissent, se reconnaissent ou se calculent de tête :
 - les puissances d'exposants 0 ou 1 : on a $a^0 = 1$ et $a^1 = a$ pour toute base a .
 - les carrés : de $0^2 = 0$ à $10^2 = 100$, puis $11^2 = 121$; $12^2 = 144$; $13^2 = 169$; $14^2 = 196$ et $15^2 = 225$.
 - les cubes : $0^3 = 0$; $1^3 = 1$; $2^3 = 8$; $3^3 = 27$; $4^3 = 64$; $5^3 = 125$.
 - les puissances de 0 ou 1 : on a $0^n = 0$ et $1^n = 1$ pour tout exposant entier n (sauf $0^0 = 1$)
 - les puissances de 2 : ... ; $2^4 = 16$; $2^5 = 32$; $2^6 = 64$; $2^7 = 128$; $2^8 = 256$; $2^9 = 512$; $2^{10} = 1\,024$.
- On en déduit les puissances de négatifs.

$\triangle !$ Ne pas confondre $\begin{cases} (-5)^2 = 25 \text{ car le carré concerne le } - \text{ donc c'est } (-5) \times (-5) \text{ positif} \\ -5^2 = -25 \text{ car le carré ne concerne pas le } - \text{ donc c'est } -5 \times 5 \text{ négatif} \end{cases}$

Mais $\begin{cases} (-5)^3 = -125 \text{ car c'est } (-5) \times (-5) \times (-5) \text{ et donc négatif} \\ -5^3 = -125 \text{ car c'est } -5 \times 5 \times 5 \text{ et donc négatif} \end{cases}$

- Simplifier une écriture contenant des puissances**

- Si on a une seule base, on utilise les 1^{ères} formules pour regrouper en un seul a^n .
- Si on a plusieurs bases, c'est le plus délicat...

On utilise les 2^{èmes} formules, mais souvent dans les deux sens !

Par exemple, $(a \times b)^n = a^n \times b^n$ peut servir :

- de gauche à droite pour **décomposer** 15^3 en $3^3 \times 5^3$ pour éviter un gros nombre ;
- de droite à gauche pour **réduire** $2^3 \times 5^3$ en 10^3 qui se calcule facilement.

Les 1^{ères} formules servent aussi, et dans les deux sens.

Par exemple, $a^m \times a^n = a^{m+n}$ peut servir de droite à gauche pour **décomposer** 5^6 en $5^2 \times 5^4$ si besoin.

1. Calculer (sans calculatrice) sous la forme d'un entier ou d'une fraction irréductible :

$$A = 2^3 \quad ; \quad B = (-3)^3 \quad ; \quad C = 5^3 \quad ; \quad D = (-2)^{10} \quad ; \quad E = 83^1 \quad ; \quad F = 17^0 \quad ; \quad G = 5^{-2} \quad ; \quad H = (-3)^{-1} \quad ; \quad I = \frac{1}{3^{-3}} \quad ; \\ J = 10^7 \quad ; \quad K = 3^2 + 7^2 \quad ; \quad L = 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 \quad ; \quad M = 2^2 + 2^{-2} \quad ; \quad N = 11^2 - 1^2$$

2. Utiliser les formules pour simplifier l'écriture sous la forme d'une puissance a^n à une base et un exposant :

$$A = 5^3 \times 5^7 \quad ; \quad B = 3^5 \times 3 \times 3^3 \quad ; \quad C = \frac{7^{12}}{7^3} \quad ; \quad D = \frac{5^5 \times 5^8}{5^2 \times 5^3} \quad ; \quad E = \frac{1}{7^8} \quad ; \quad F = \frac{13^5}{13^7} \quad ; \quad G = 2^7 \times 2^{-10} \times 2^2 \quad ; \\ H = (2^3)^3 \quad ; \quad I = \left(\frac{1}{5^2}\right)^5 \quad ; \quad J = \frac{11^{-3} \times 11^5}{11^{10} \times 11^{-2}} \quad ; \quad K = \frac{7 \times 7^2 \times (7^{-2})^2}{(7^2)^6 \times 7^{-12}}$$

3. Simplifier les écritures pour pouvoir calculer sous la forme d'un entier ou d'une fraction irréductible :

$$A = 5^6 \times 2^6 \quad ; \quad B = 5^6 \times 2^7 \quad ; \quad C = 5^{11} \times 2^9 \quad ; \quad D = \frac{15^3}{5^3} \quad ; \quad E = \frac{15^3}{5^4} \quad ; \quad F = \frac{26^2}{39^2} \quad ; \quad G = \frac{15^3}{6^3} \quad ; \\ H = \frac{10^7}{5^4} \quad ; \quad I = \frac{((7^2)^5)^7}{((7^7)^2)^5} \quad ; \quad J = 21^3 \times 14^{-3} \quad ; \quad K = \frac{15^3 \times 4^5}{27 \times 1\,000} \quad ; \quad L = 2^{35} \times 0,5^{36}$$